



INTERREG V-A
SLOVENSKÁ REPUBLIKA
ČESKÁ REPUBLIKA



EURÓPSKA ÚNIA
EURÓPSKY FOND
REGIONÁLNEHO ROZVOJA
SPOLOČNE BEZ HRANÍC

Matematika v mezipředmětových vazbách Nejčastější chyby

Zuzana Václavíková

Matematika je jedním z předmětů s největším přesahem do dalších oborů, zejména přírodovědných.

I přesto se však bohužel vyučuje v českém kurikulu odděleně a bez dostatečné návaznosti na její využití například ve fyzice, chemii nebo dalších oblastech.

Avšak stejně, jako učitel fyziky/chemie musí striktně trvat na některých detailech, i když se mohou zdát pro jiné učitele nepodstatné, i v aplikacích matematiky se při řešení badatelských úloh objevovaly nepřesnosti a chyby, kterým je nutné se vyhnout.

Nejčastější chybou, která se vyskytla ve všech badatelských úlohách, jak v chemii, tak ve fyzice, byl **zápis číselných hodnot do vztahů bez jednotek.**

Matematicky vzato se jedná o nesprávnou interpretaci relace rovnosti, tedy =.

Pokud v matematice zapíšeme rovnost

$$x = 5,$$

znamená to, že výraz na levé straně je identický, jako výraz na pravé straně, což pokud žáci počítají v hodinách matematiky s obecným zápisem výrazů s využitím $x, y, f(x), \dots$, bývá naprosto bezproblémový.

Problém nastává při práci s veličinami, které mají jednotku.

Zde je nutné si uvědomit, že jednotka vlastně udává, kolikrát je daná míra větší než míra jednotky, tedy například když hmotnost zapíšeme jako

$$m = 25,3 \text{ g},$$

říkáme, že hmotnost je 25,3 krát větší než jeden gram.

Jednoduše řečeno, s jednotkou pracujeme tak, jako by mezi číselným údajem a jednotkou byla matematická operace „krát“.

$$m = 25,3 \cdot g = 25,3 \cdot 1g$$

Znaménko krát, jak jistě každý ví, v matematice zapisovat nemusíme, například $5x = 5 \cdot x$.

Podíváme-li se na výpočet hustoty v BD Hustota neznámých látek
(studentské řešení):

↓
VZOREK A je *radé měře*.....
(Doplňte konkrétní název pro vzorek)

↓
VZOREK B je *Voda*.....
(Doplňte konkrétní název pro vzorek)

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rho = \frac{2,1024}{0,002} = 1012 \text{ kg/m}^3$$

Je jasné, že zápis

$$\rho = \frac{2,024}{0,002} = 1012 \frac{kg}{m^3}$$

není správný, protože

$$\frac{2,024}{0,002} = 1012$$

ale

$$\frac{2,024}{0,002} \neq 1012 \text{ kg/m}^3$$

Kdybychom nevěděli (nebo kdyby žáci nevěděli), co zápis znamená a dostali jej takto napsaný v matematice, zcela pochopitelně by jej upravili vykrácením a následnou úpravou obdrželi

$$\frac{2,024}{0,002} = 1012 \frac{kg}{m^3}$$

$$1 = kg/m^3$$

$$m^3 = kg$$

Což je pochopitelně nesmysl i přesto, že tato matematická úprava je naprosto v pořádku – problém je v tom, že ona „rovnost“ ve skutečnosti neplatila, proto jsme došli k nesmyslu.

Správný výpočet by měl vypadat takto:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{2,024 \text{ kg}}{0,002 \text{ m}^3} = 1012 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1012 \text{ kg/m}^3$$

Tedy vše dosazeno s jednotkami.

Obdobně se objevovalo téměř ve všech BD:

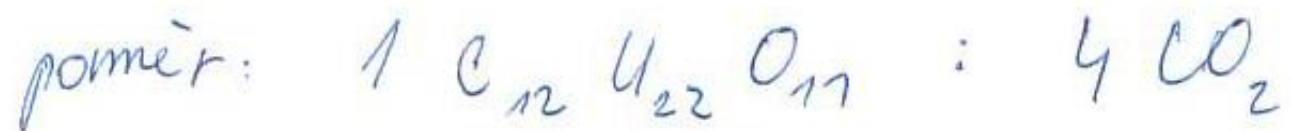
$$33,97 - 33,47 = 0,50 \text{ g}$$

$$36,60 - 36,23 = 0,37 \text{ g}$$

$$V_{\text{CO}_2} = n_{\text{CO}_2} \cdot V_m = 1,13 \cdot 22,4 = 25,45 \text{ l}$$

Obdobně se objevovalo téměř ve všech BD:

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{V}{V_m} = \frac{1000}{22,4} = 44,6 \text{ mol}$$



$$n_{\text{sach}} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{4} = \frac{44,6}{4} = 11,2 \text{ mol}$$

Obdobně se objevovalo téměř ve všech BD:

$$m_{\text{CO}_2} = c \cdot V = 25 \cdot 2000 = 50\,000 \text{ mg} = 50 \text{ kg}$$
$$V_{\text{CO}_2} = \frac{m \cdot V_m}{M} = \frac{50 \cdot 22,4}{44} = \underline{\underline{25,45 \text{ l}}}$$

Nejedná se pouze o neduh žáků, protože v některých metodických listech se chyba také objevuje:

Hmotnost 2 l vzduchu (m_v) = 2,5 [g]

Hustota vzduchu: $\rho = \frac{m_v}{V}$

$$\rho = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Rozměry místnosti: 6 m × 5 m × 3 m

Objem vzduchu v místnosti (V_0) = 90 m³

Hmotnost vzduchu v místnosti: $m = V_0 \cdot \rho$

$$m = 90 \cdot 1,25 \approx 112 \text{ kg}$$

Výhody správného používání:

1. Vůbec si nemusíte pamatovat, v jakých jednotkách se udává to, co počítáte – prostě to vidíte z výpočtu. V našem případě si žák nemusí pamatovat, že je hustota udávána v kg/m^3 – dosadí-li správně s jednotkami, veličina výsledku mu vyjde správně.
2. Vůbec se nemusíte trápit s převodem jednotek. Stačí si pamatovat předpony kilo, mega, giga, ... nebo mili, mikro, nano..., případně deci, centi,... (což dneska s ohledem na IT není u žáků žádný problém) a pokud pracujeme s jednotkami tak, jak je to správně, všechno dostaneme jednoduše z výpočtu.

Výhody správného používání:

3. Nestane se pak, že si žák poplete, v jakých jednotkách je hustota, jako například v BD:

Výsledky pozorování

(Zde napiš a zdůvodni výsledky své práce).

$$\text{ROZMĚRY PŘÍSLAVY: } 8\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m} = 120\text{ m}^3 = V$$

$$\begin{array}{l} 44,24\text{ g} - \text{váha před kalou - po přelozání} \\ 40,93\text{ g} - \text{váha po vyprášení} \end{array} \quad V_{\text{předkalou}} = 2\text{ l} = 0,002\text{ m}^3$$

$$m = 44,24 - 40,93 = 3,31\text{ g} = 0,00331\text{ kg}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,00331}{0,002} = 1,655\text{ m}^3 \cdot \text{kg}$$

Výhody správného používání:

4. A také naopak – pokud si žák dobře zapamatuje jednotku, nemusí si pamatovat vztah pro výpočet. V případě výpočtu hustoty, pamatuje-li si, že hustota se udává v kg/m^3 , je jasné, že musí být podílem hmotnosti (kg) a objemu (m^3).
5. Neztratíme pointu toho, co počítáme, jako se objevilo například v BD Vincentka, zdraví z hlubin přírody, při výpočtu procent

$$\begin{array}{l} 100\% \dots 10g \\ \times \% \dots 0,1g \\ \hline x = \frac{0,1}{10} \text{ ~~10g~~ } \\ \hline \underline{x = 0,01g} \end{array}$$

Žák správně počítal procenta, nicméně nakonec za výsledek (kolik procent) doplnil jednotku gramů, což mu dále v úloze způsobilo zmatek a bylo patrné, že mu není jasné, jak má onen výsledek „0,01g“ uchopit.

Další častou chybou bylo **nevhodné zaokrouhlování výsledku s ohledem na chybu měření.**

Máme-li k dispozici měřící přístroj s určitou přesností, nebo figuruje-li ve vztahu již číslo s určitou přesností jako absolutní člen, nemůže být výsledek zaokrouhlen na více desetinných míst, než je nejmenší počet desetinných míst uvedených ve vztahu.

Porovnejte přesnost měření teploty na základě srovnání výpočtu rozpustnosti pentahydrátu síranu měďnatého ve 100 g vody s výpočtem, který jste získali dosazením průměrné teploty do experimentálně zjištěného vztahu (A).

$x =$ 94,1983971

Pracoval jsem s přesností měření %.

$$x = \frac{128,1105 - 100}{136} = 94,1988971\%$$

Nelze dosáhnout výpočtem výsledku přesnějšího, než je přesnost hodnot do vztahu vstupujících!

Zpravidla je výsledek zatížen sám o sobě chybou, tedy výsledek nikdy nemůžeme zaokrouhlovat na více desetinných míst, než bylo provedeno měřením, dokonce je někdy vhodnější přesnost zaokrouhlování snížit.

Tedy jsou-li ve vztahu uvedeny hodnota zaokrouhleny pouze na tři desetinná místa, výsledek neuvádíme přesněji, než na tři desetinná místa.

PŘIPRAVTE VZOREK

6,8 g $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$

$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$

Zaznamenejte teplotu, při které se začnou vylučovat opět krystaly. Měření proveďte třikrát. S průměrnou hodnotou teploty proveďte další výpočet.

S využitím dále uvedeného vztahu (A) vypočítejte, jaké množství $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ by se mělo při této teplotě (t) rozpustit:

$x \text{ (g)} = 0,0192 \cdot t^2 - 0,1699 \cdot t + 27,356 = 128,1105 \text{ g}$

$$0,0192 \cdot 5929 - 0,1699 \cdot 77 + 27,356 = 128,1105$$

Poslední častou chybou je špatná interpretace zápisu v desetinném rozvoji.

Ačkoliv v běžném zápisu nám to tak nemusí připadat, v matematice, při práci s desetinnými čísly, rozlišujeme čísla 5,2 a 5,20.

V prvním případě to totiž znamená číslo zaokrouhleno na dvě desetinná místa, přičemž toto číslo může „představovat“ čísla 5,20; 5,21; 5,22; 5,23; 5,24.

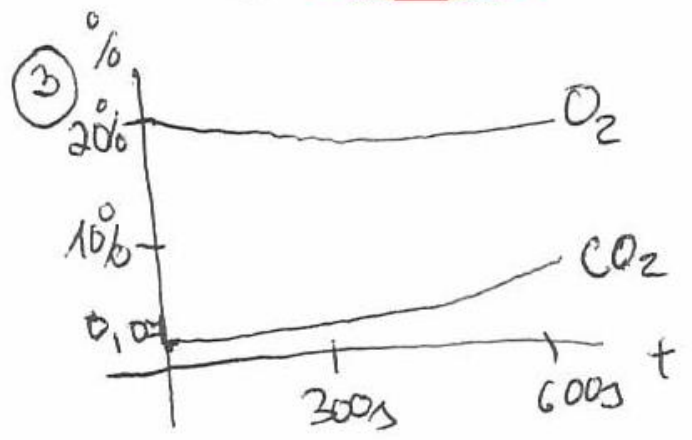
Druhé číslo pak jednoznačně říká, že je určeno s přesností na dvě desetinná místa a druhá cifra za čárkou je nula.

Další „dobré návyky“:

- Vyjadřovat finální vztah před dosazením konkrétních hodnot (na SŠ by již opravdu mělo být samozřejmostí).
Dílčími výpočty totiž zvyšujeme chybu (několikrát průběžně zaokrouhlujeme).
- Před měřením dle možností přístrojů stanovit přesnost, s jakou budeme hodnoty uvádět a toto dodržet po celou dobu řešení úlohy.

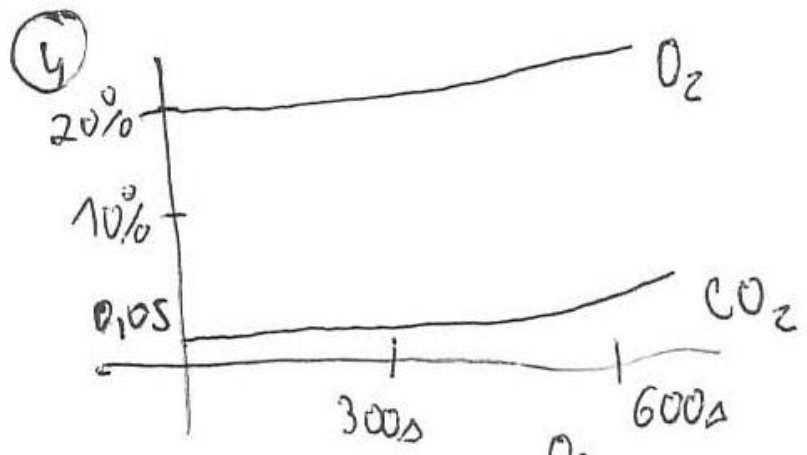
NAKLIČENÝ HRÁČH

③ $O_2 - 20,79\%$ $O_2 - 20,58\%$
 $CO_2 - 0,046\%$ $CO_2 - 0,0709\%$



DEKLAČENÝ HRÁČH

④ $O_2 - 20,77\%$ $O_2 - 21,921\%$
 $CO_2 - 0,0567\%$ $CO_2 - 0,1127\%$



① $O_2 - 20,81\%$
 $CO_2 - 0,0592\%$

suchý namočený hráčh

~~$O_2 - 20,63\%$~~
 $CO_2 - 0,1203\%$

② $O_2 - 20,82\%$
 $CO_2 - 0,049\%$

suchý hráčh

$O_2 - 20,80\%$
 $CO_2 - 0,05\%$

Může se Vám zdát, že se jedná o nepodstatné věci (zvláště ve Vašem předmětu), ale vybudování a důsledné dodržování dobrých návyků pak studentům velmi zjednoduší uvažování v jiných předmětech a ve vyšších ročnících.

Zároveň u žáků podpoří správné představy o některých matematických pojmech a relacích.

Děkuji za pozornost.